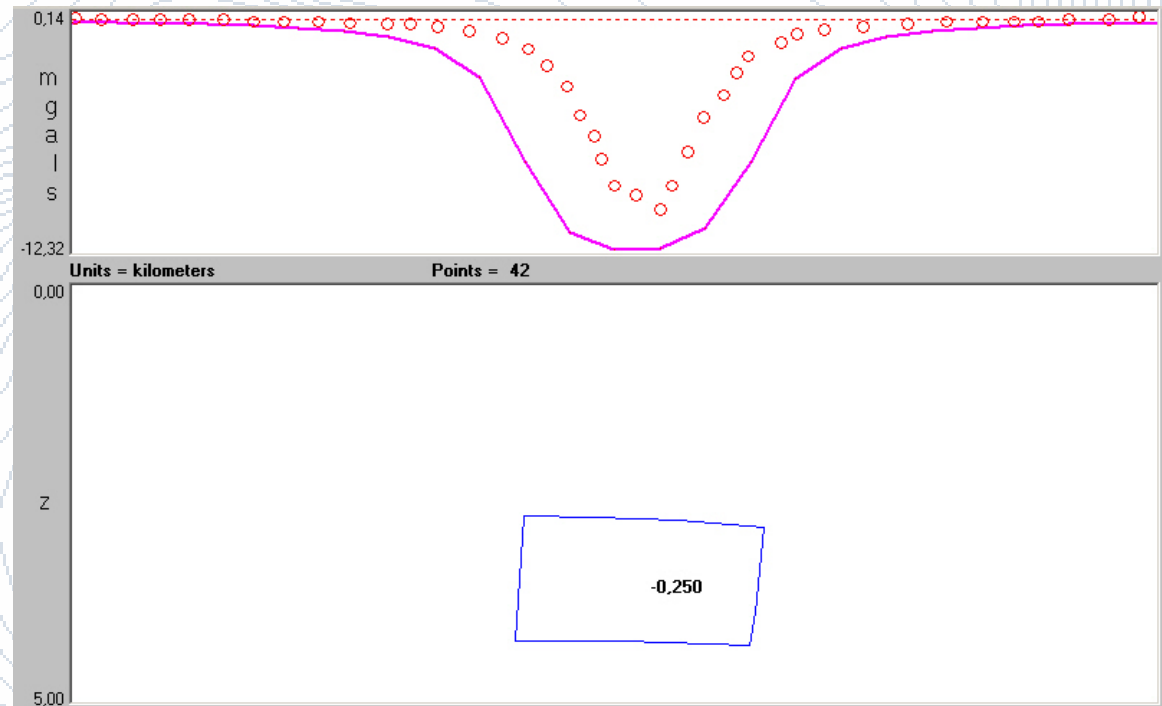


ΜΑΘΗΜΑ 8

Βαρυτικές και Μαγνητικές Μέθοδοι Γεωφυσικής Διασκόπησης



ΕΡΜΗΝΕΙΑ ΜΑΓΝΗΤΙΚΩΝ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

ΕΡΜΗΝΕΙΑ ΜΑΓΝΗΤΙΚΩΝ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

Οι μαγνητικές ανωμαλίες οφείλονται:

- Στη διαφορά στη μαγνήτιση των πετρωμάτων
- Σε μεταβολές της μορφής των διαφόρων γεωλογικών δομών

ΔΙΑΦΟΡΕΣ ΜΕΤΑΞΥ ΤΟΥ ΒΑΡΥΤΙΚΟΥ ΚΑΙ ΤΟΥ ΓΕΩΜΑΓΝΗΤΙΚΟΥ ΠΕΔΙΟΥ

- Οι ανωμαλίες βαρύτητας είναι θετικές και αρνητικές ανάλογα με την πυκνότητα του σώματος που τις προκαλεί
- Ένα μαγνητισμένο σώμα δημιουργεί τόσο θετικές όσο και αρνητικές ανωμαλίες διότι από τη φύση του το μαγνητικό πεδίο είναι διπολικό
- Η μαγνήτιση ενός πετρώματος εξαρτάται από την ποσότητα, τις διαστάσεις, το σχήμα και την κατανομή των σιδηρομαγνητικών ορυκτών που περιέχει, ενώ η πυκνότητα χαρακτηρίζει ολόκληρο το πέτρωμα
- Η μαγνήτιση μεταβάλλεται σε ένα ευρύ διάστημα τιμών σε αντίθεση με την πυκνότητα

Δεν υπάρχει μονοσήμαντη ερμηνεία

Ίδιο
αποτέλεσμα
μέτρησης



Άπειρα μοντέλα
(κατανομές μάζας /
μαγνήτισης)



Εισαγωγή
περιορισμών

Πραγματικό
Μοντέλο

ΜΕΘΟΔΟΙ ΕΡΜΗΝΕΙΑΣ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ ΜΑΓΝΗΤΙΚΗΣ ΔΙΑΣΚΟΠΗΣΗΣ

- ΜΕΘΟΔΟΙ ΠΟΙΟΤΙΚΗΣ ΕΡΜΗΝΕΙΑΣ
- ΜΕΘΟΔΟΙ ΠΟΣΟΤΙΚΗΣ ΕΡΜΗΝΕΙΑΣ

ΜΕΘΟΔΟΙ ΠΟΙΟΤΙΚΗΣ ΕΡΜΗΝΕΙΑΣ

Με τις μεθόδους ποιοτικής ερμηνείας σχηματίζουμε μια γενική αντίληψη για την κατανομή των μαγνητικών υλικών μέσα στα επιφανειακά στρώματα του φλοιού της γης.

Η βαθμίδα της έντασης του μαγνητικού πεδίου εξαρτάται από το βάθος της μαγνητικής πηγής που προκαλεί την ανωμαλία.

Απότομη ελάττωση της μαγνητικής βαθμίδας παρατηρείται σε περιοχές λεκανών πληρωμένες με ιζήματα. Η μικρότερη τιμή της βαθμίδας παρατηρείται στο βαθύτερο μέρος της λεκάνης.

ΜΕΘΟΔΟΙ ΠΟΣΟΤΙΚΗΣ ΕΡΜΗΝΕΙΑΣ

Διακρίνονται σε :

⌘ ΑΜΕΣΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ

⌘ ΕΜΜΕΣΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ

ΑΜΕΣΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΕΡΜΗΝΕΙΑΣ ΜΑΓΝΗΤΙΚΩΝ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

Κατά την εφαρμογή των άμεσων μεθόδων προσπαθούμε να βγάλουμε ποσοτικά συμπεράσματα απευθείας από τις διορθωμένες μαγνητικές μετρήσεις.

Είναι ημιποσοτικές διότι μόνο χονδροειδείς υπολογισμοί ορισμένων παραμέτρων της γεωμαγνητικής δομής του υπεδάφους μπορούν να γίνουν.

ΑΜΕΣΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ

Το βάθος τα z_m της κορυφής του σώματος εάν έχουμε χάρτη ισανωμάτων της κατακόρυφης συνιστώσας Z και υπολογίσουμε την πρώτη και δεύτερη παράγωγο κατά μήκος συγκεκριμένης όδευσης

$$z_m = \frac{5.54J_m}{Z'_m}$$

$$z_m^2 = \frac{26.6J_m}{Z''_m}$$

$$Z'_m = \left(\frac{\partial Z}{\partial x} \right)_m$$

$$Z''_m = \left(\frac{\partial^2 Z}{\partial x^2} \right)_m$$

Όπου J_m η μέγιστη τιμή της μαγνήτισης

z_m , το μέγιστο βάθος

ΕΜΜΕΣΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΕΡΜΗΝΕΙΑΣ ΜΑΓΝΗΤΙΚΩΝ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

- ✓ Κατά την εφαρμογή των έμμεσων μεθόδων γίνεται σύγκριση των πραγματικών μαγνητικών ανωμαλιών που προκύπτουν από τις μετρήσεις με υπολογισμένες θεωρητικές ανωμαλίες που προκαλούνται από μαγνητικά σώματα κανονικού σχήματος τα οποία θεωρούνται ότι βρίσκονται μέσα στο υπέδαφος.
- ✓ Μεταβάλλονται οι παράμετροι των σωμάτων αυτών μέχρι η θεωρητικές ανωμαλίες γίνουν σχεδόν όμοιες με τις πραγματικές, οπότε τα απλά σώματα προσεγγίζουν τα πραγματικά μαγνητικά σώματα που προκαλούν τη μαγνητική ανωμαλία που μετράμε.

ΘΕΩΡΗΤΙΚΟΣ ΚΑΘΟΡΙΣΜΟΣ ΤΩΝ ΜΑΓΝΗΤΙΚΩΝ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

ΔΙΕΥΚΟΛΥΝΕΤΑΙ ΜΕ ΤΗ ΧΡΗΣΗ ΤΗΣ ΣΧΕΣΗΣ
POISSON ΠΟΥ ΣΥΝΔΕΕΙ ΤΑ ΔΥΝΑΜΙΚΑ ΤΩΝ ΔΥΟ
ΠΕΔΙΩΝ .

$$W = \frac{J}{G\rho} \cdot \frac{\partial U}{\partial i}$$

$$H_z = \frac{\partial W}{\partial z} = \frac{J}{G\rho} \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial Z^2}$$

ΜΑΓΝΗΤΙΚΟΣ ΠΟΛΟΣ

ΑΡΝΗΤΙΚΟΣ

Η κατακόρυφη συνιστώσα της μαγνητικής ένταση θα είναι

$$\delta Z = z \delta B / r$$

Αλλά

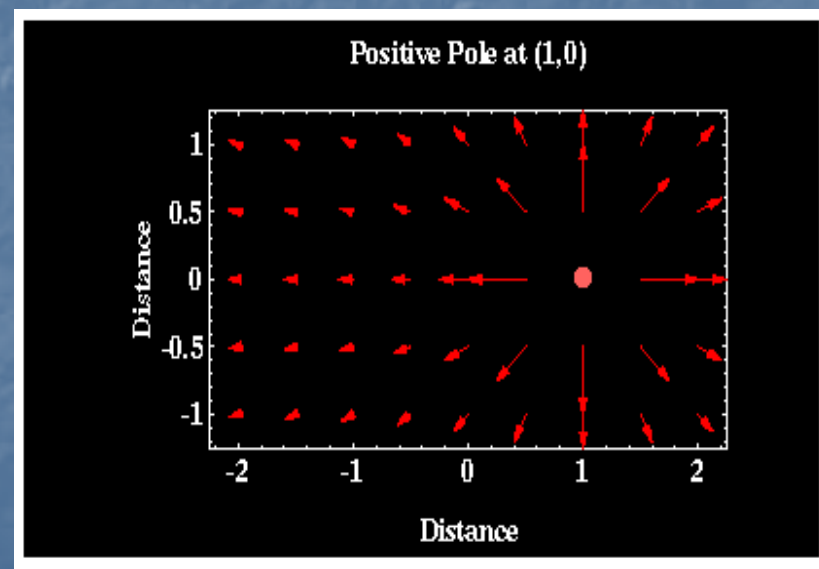
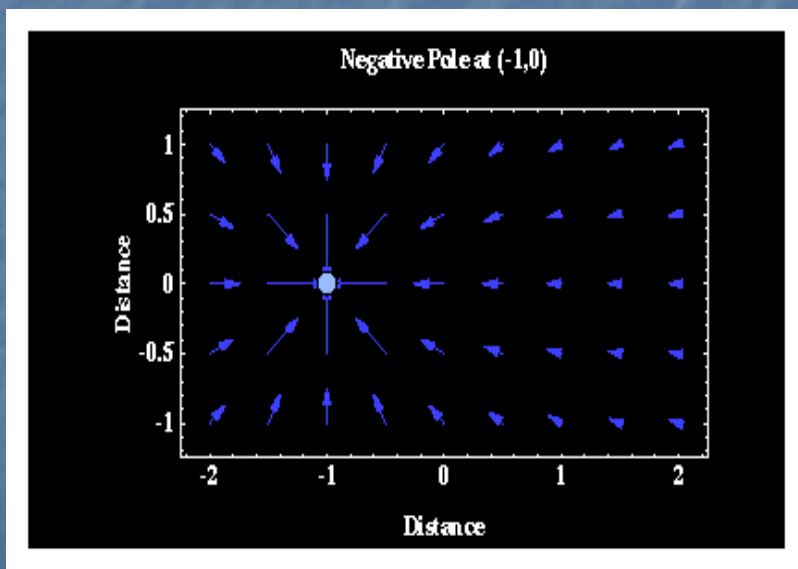
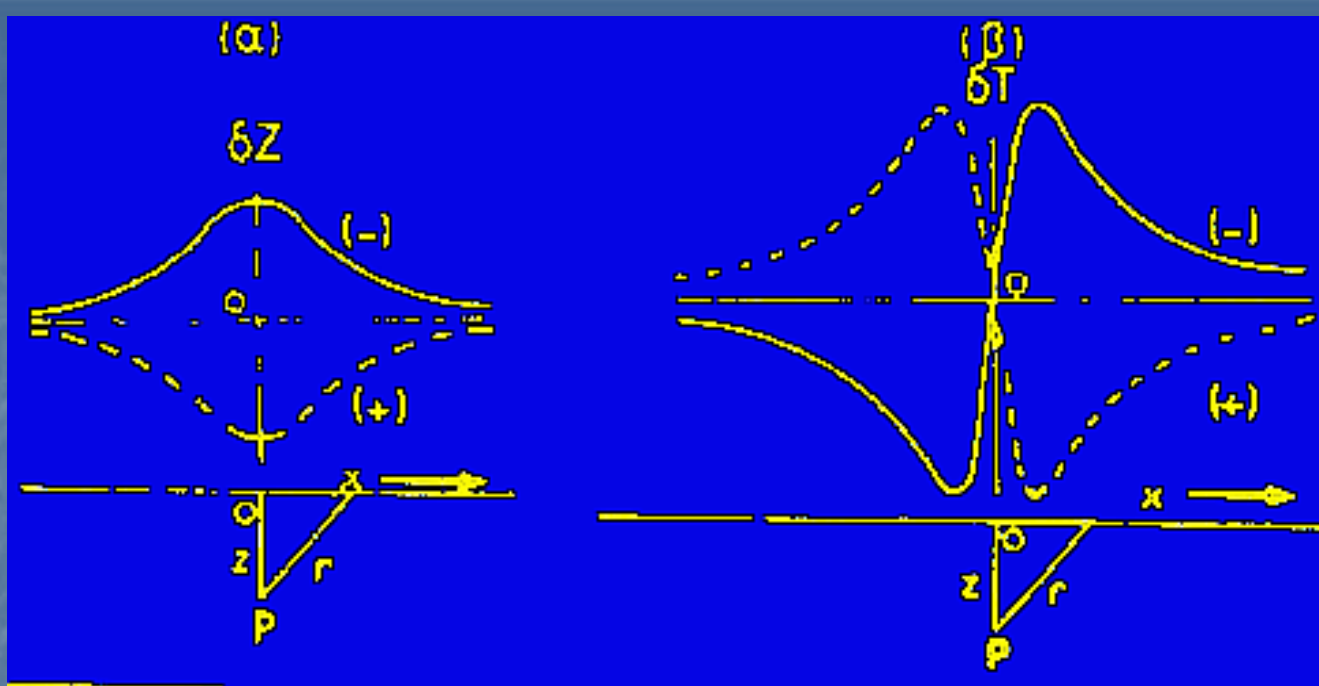
$$\delta Z = P / r^2$$

. Συνεπώς

$$\delta Z = \frac{Pz}{\sqrt{(X^2 + Z^2)^3}}$$

Ομοίως η οριζόντια συνιστώσα δίνεται από τη σχέση

$$\delta T = \frac{Px}{\sqrt{(X^2 + Z^2)^3}}$$

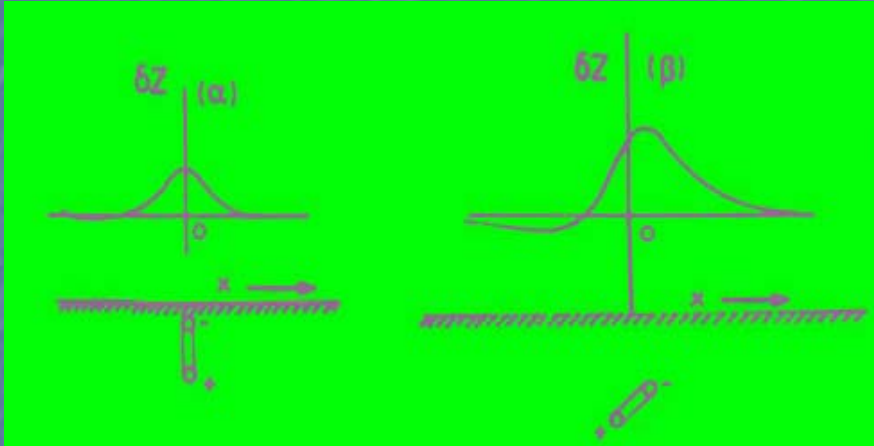


After: Boyd, J. Lecture notes on Potential field methods . Colorado School of Mines.
<http://www.mines.edu>, 1997

Το βάθος z , του μαγνητικού πόλου συνδέεται με την οριζόντια απόσταση χ , για την οποία η δZ_1 είναι ίση με το μισό της μέγιστης τιμής της δZ_m

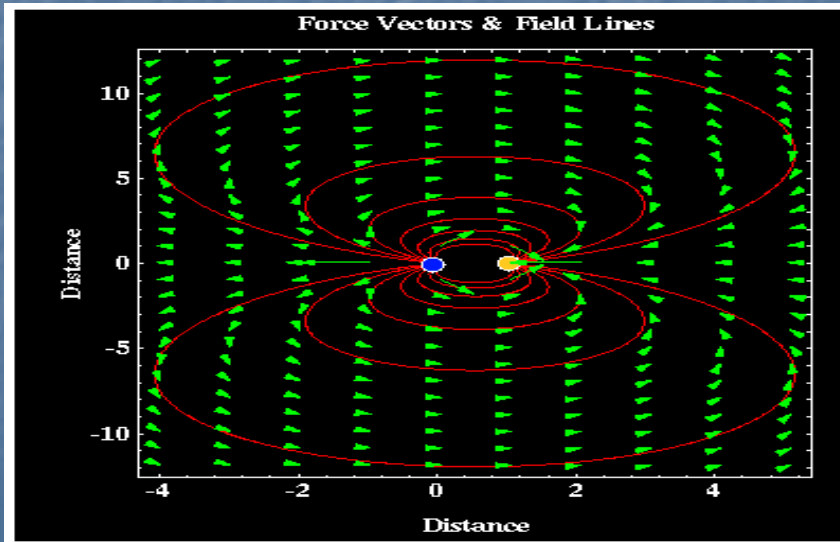
Η σχέση που τα συνδέει είναι
 $Z = 1,3 \chi_1.$

ΜΑΓΝΗΤΙΚΟ ΔΙΠΟΛΟ ΚΑΙ ΡΑΒΔΟΜΟΡΦΟΣ ΜΑΓΝΗΤΗΣ

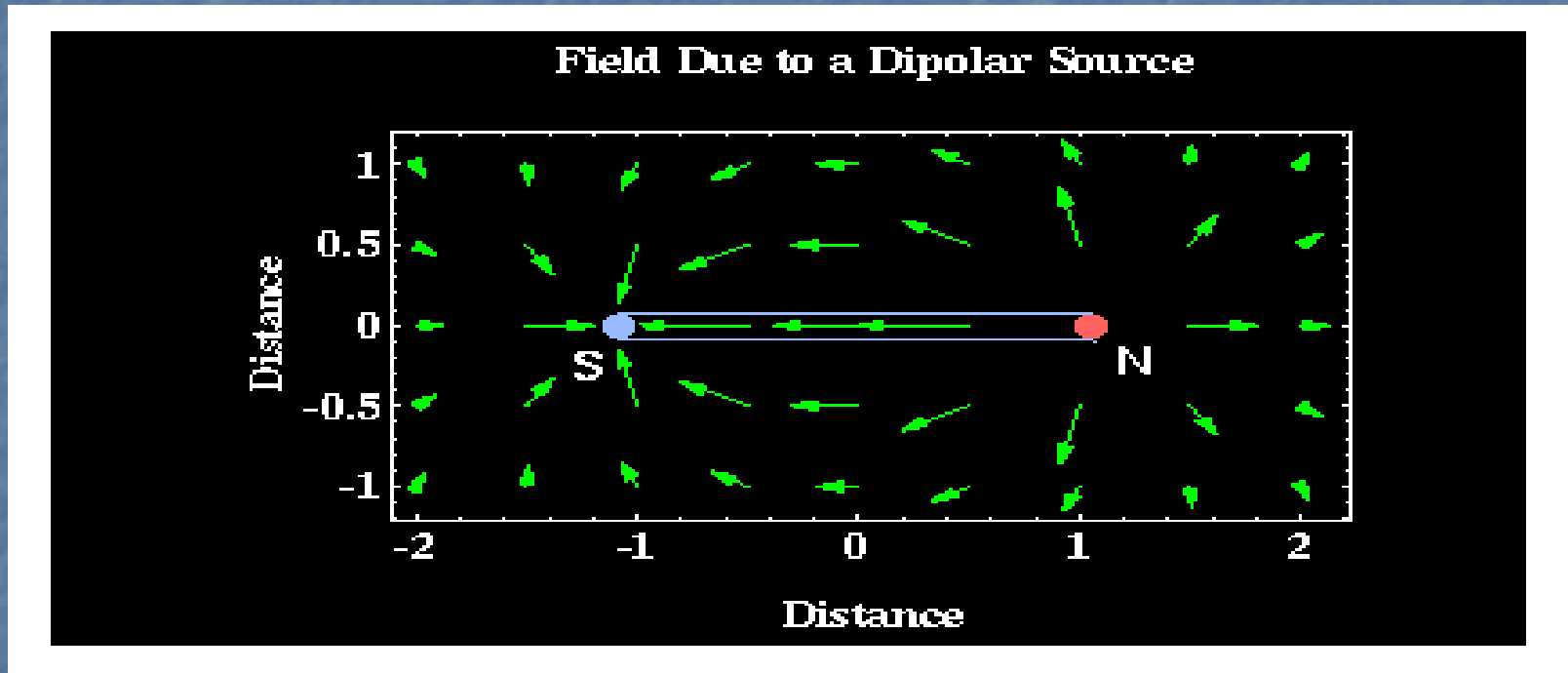


Η τιμή της κατακόρυφης συνιστώσας που οφείλεται σε κατακόρυφο μαγνητικό πόλο δίνεται από τη σχέση

$$\Delta Z = \frac{P_{Z_1}}{\sqrt{(x^2 + Z_1^2)^3}} - \frac{P_{Z_2}}{\sqrt{(x^2 + Z_2^2)^3}}$$



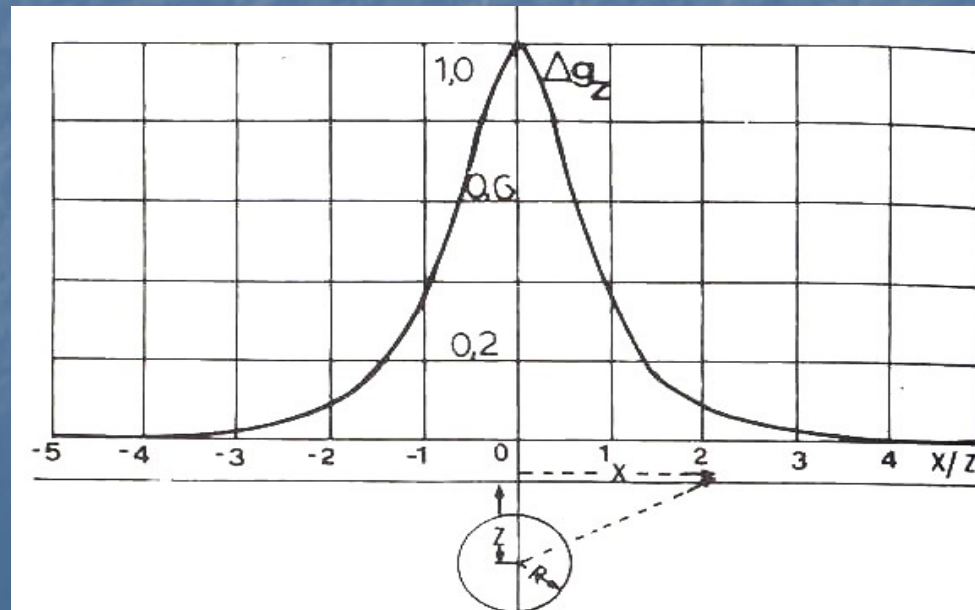
ΜΑΓΝΗΤΙΚΟ ΔΙΠΟΛΟ ΚΑΙ ΡΑΒΔΟΜΟΡΦΟΣ ΜΑΓΝΗΤΗΣ

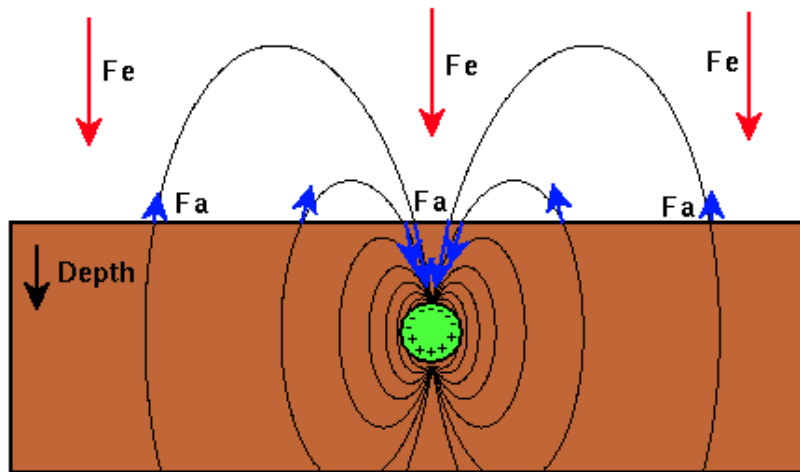
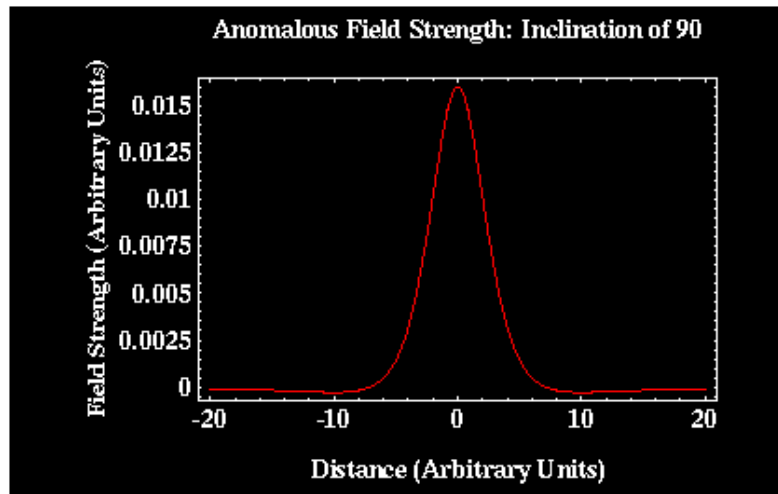


ΟΜΟΙΟΜΟΡΦΑ ΜΑΓΝΗΤΙΣΜΕΝΗ ΣΦΑΙΡΑ

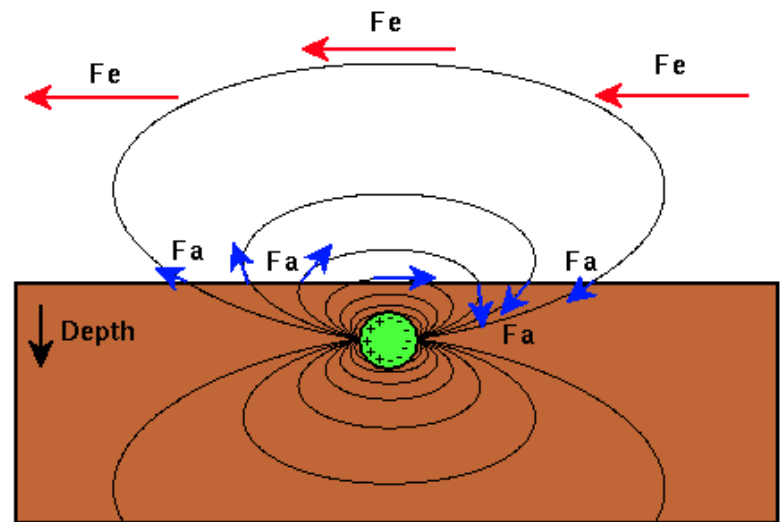
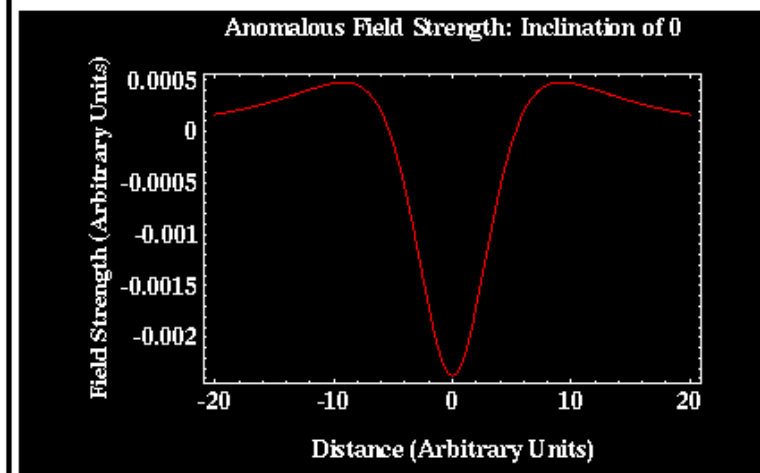
Κατακόρυφη συνιστώσα έντασης μαγνητικού πεδίου οφειλόμενο σε κατακόρυφα μαγνητισμένη σφαίρα :

$$\delta Z = \frac{4 \pi R^3 J}{3 z^3} \cdot \frac{2 - (x / z)^2}{\left(1 + \left(\frac{x}{z} \right)^2 \right)^{\frac{5}{2}}}$$

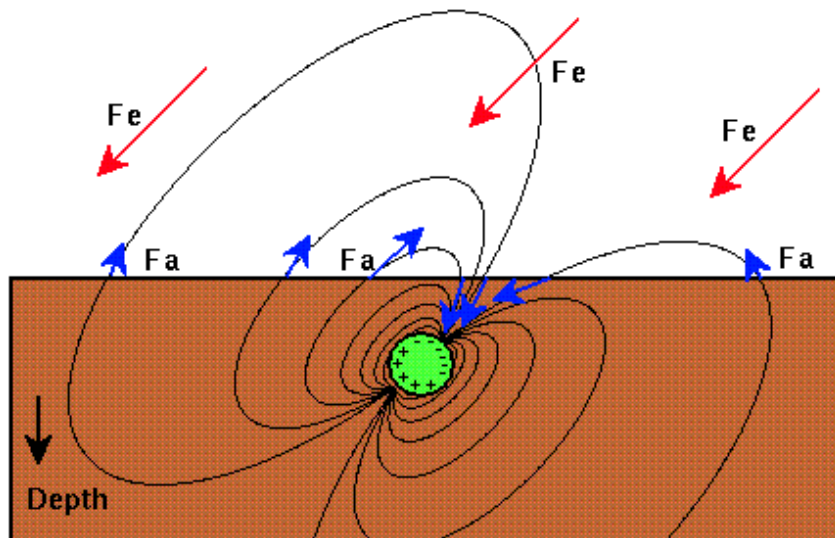
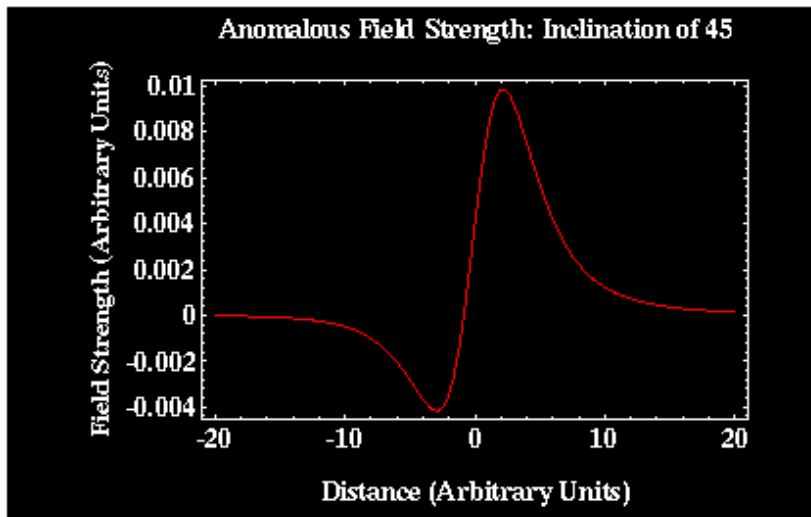




Fe = Earth's Main Magnetic Field
 Fa = Induced Anomalous Magnetic Field



Fe = Earth's Main Magnetic Field
 Fa = Induced Anomalous Magnetic Field



Fe = Earth's Main Magnetic Field
Fa = Induced Anomalous Magnetic Field

After: Boyd, J. Lecture notes on
 Potential field methods . Colorado School
 of Mines. <http://www.mines.edu>, 1997

Το βάθος z του κέντρου της σφαίρας δίνεται προσεγγιστικά από τη σχέση:

$$z = 2\chi_1$$

$$\delta Z_m = \frac{8\pi R^3 J}{3z^2}$$

ΟΡΙΖΟΝΤΙΟΣ ΚΥΛΙΝΔΡΟΣ

- Το δυναμικό του πεδίου βαρύτητας κυλίνδρου του, οποίου ο άξονας είναι οριζόντιος, είναι:

$U = 2Gm \log(1/r)$, όπου m είναι η μάζα ανά μονάδα μήκους.

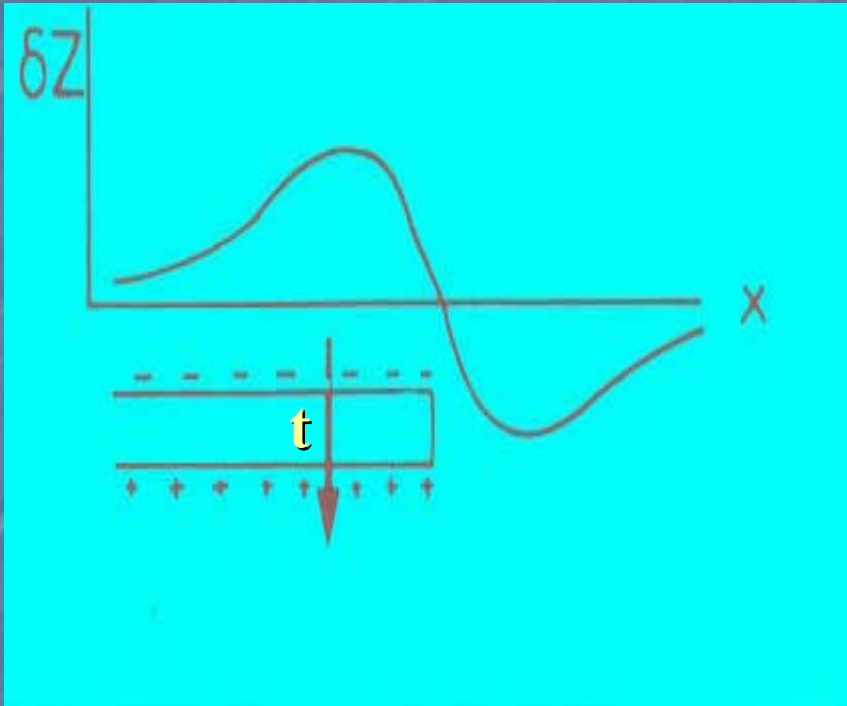
- Επομένως, η κατακόρυφη συνιστώσα της έντασης, η οποία οφείλεται σε κύλινδρο κατακόρυφα μαγνητισμένο, δίνεται από τη σχέση:

$$\delta Z = \frac{2\pi R^2 J}{z^2} \cdot \frac{1 - \left(\frac{x}{z}\right)^2}{\left[1 + \left(\frac{x}{z}\right)^2\right]^2}$$

$Z = 2,05\chi_1$ και η ακτίνα βάσης του κυλίνδρου δίνεται από τη σχέση:

$$\delta Z_m = \frac{2\pi R^2 J}{z^2}$$

ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ ΗΜΠΛΑΚΑ



$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = 2G\rho t x / (x^2 + z^2)$$

$$\nabla^2 U = 0 \quad \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = -\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$$

$$\delta Z = \frac{2Jt}{z} \cdot \frac{x/z}{\left(\frac{x}{z}\right)^2 + 1}$$

ΟΡΙΖΟΝΤΙΕΣ ΠΛΑΚΕΣ ΣΕ ΕΠΑΦΗ

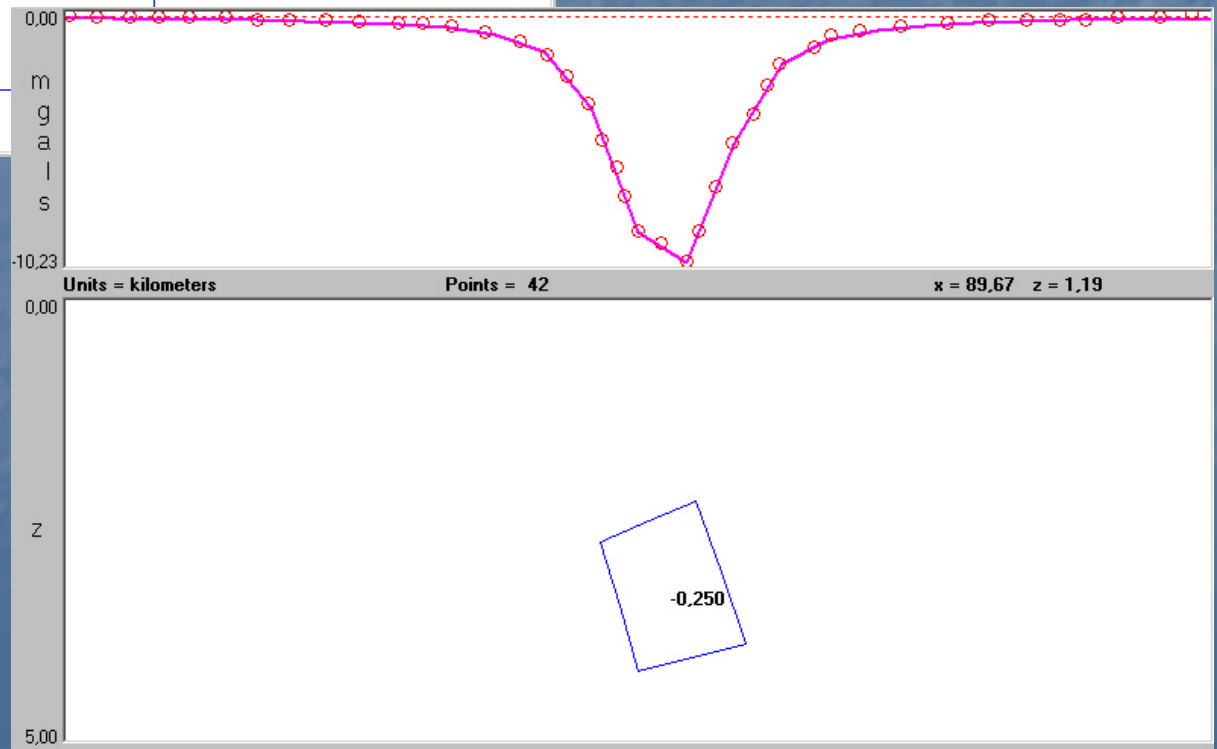
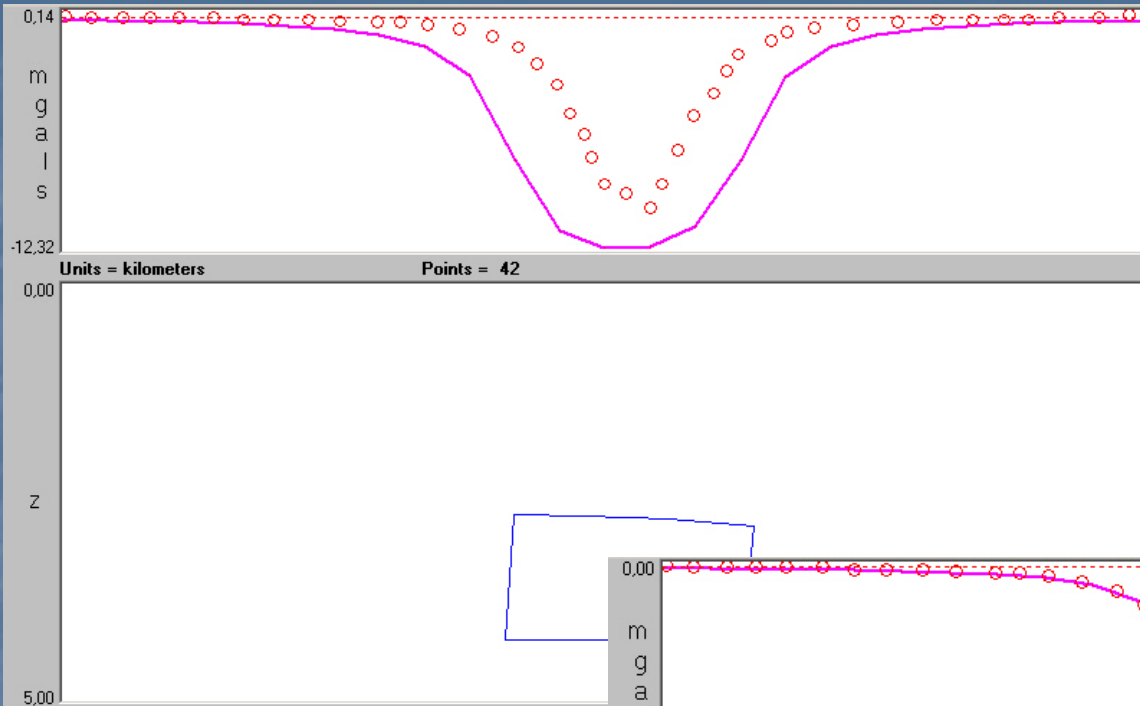


Η μέγιστη τιμή της κατακόρυφης συνιστώσας της έντασης του μαγνητικού πεδίου που οφείλεται στις πλάκες δίνεται από τη σχέση

$$\delta Z = 2\pi(J_1 - J_2)$$

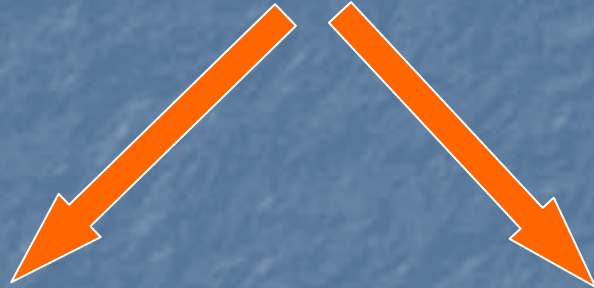
ΕΜΜΕΣΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΕΡΜΗΝΕΙΑΣ

ΑΡΧΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ



ΤΕΛΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ

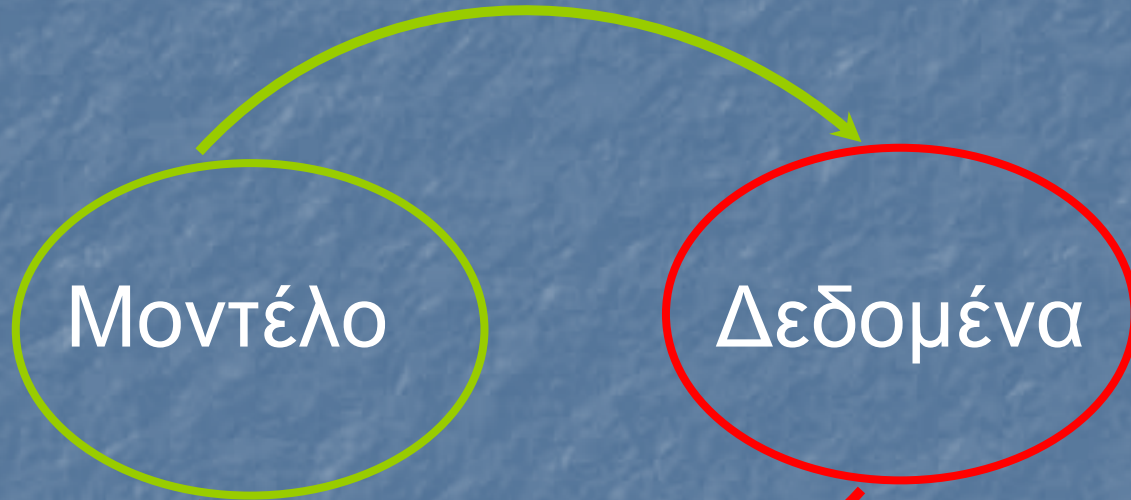
Δυο Γενικές Προσεγγίσεις



επίλυση
Ευθέος
Προβλήματος

επίλυση
Αντίστροφου
Προβλήματος

ευθύ



Μοντέλο

Δεδομένα

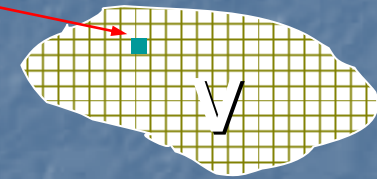
αντίστροφο

3-D Προσέγγιση υπεδάφιων δομών

$$g = -G \frac{m}{r^2}$$

$P(x,y,z)$

$dv(x',y',z')$



$$g(P) = -G \int_V \rho \frac{\hat{r}}{r^2} dv$$

$$g_z = - \int_{x'} \int_{y'} \int_{z'} \rho(x',y',z') \frac{G(z-z')}{[(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2]^{3/2}} dx' dy' dz'$$

$$\Psi(x-x',y-y',z-z') = \frac{G \cdot (z-z')}{[(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2]^{3/2}} \quad (\text{GREEN})$$

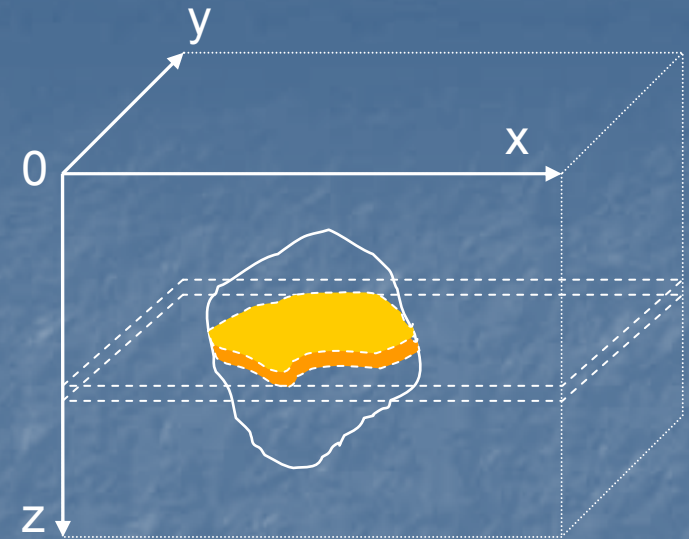
$$g_m = \sum_{n=1}^N \rho_n \Psi_{mn}$$

Ψηφιακή μορφή

Talwani - Ewin

$$g(x, y, z) = G\rho \int_{z'} z' dz' \int_{y'} \int_{x'} \frac{1}{(x^2 + y'^2 + z'^2)^{3/2}} dx' dy'$$

$$g_z = G\rho \int_{z'} z' G(z') dz'$$

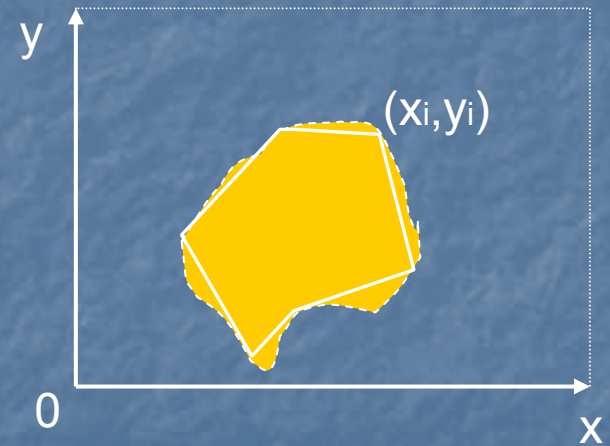


Grant – West

$$G(z') = \sum_{m=1}^M (\arctan \Omega_{m+1} - \arctan \Omega_m)$$

$$\Omega_m = \frac{z'(b_m y - a_m z'^2)}{x_m [(1 + a_m^2) z'^2 + b_m^2] - (a_m^2 z'^2 + b_m^2) \sqrt{x_m^2 + y_m^2 + z'^2}}$$

$$x' = a_m y' + b_m$$

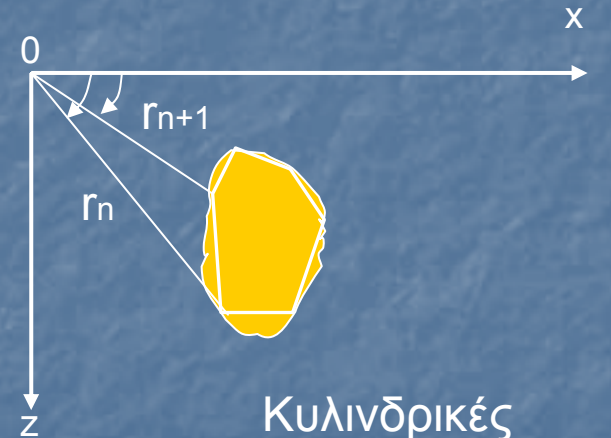
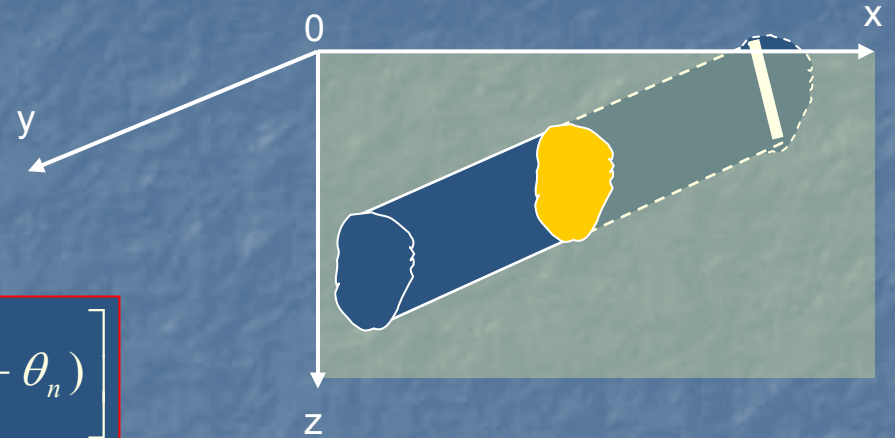


2-D Προσέγγιση υπεδάφινων δομών

Μήκος κατά $y'y = +\infty$

$$g_m = 2G\rho \sum_{n=1}^N \frac{b_n}{1 + \alpha_n^2} \left[\log \frac{V_{n+1}}{V_n} - a(\theta_{n+1} - \theta_n) \right]$$

$$x' = a_m z' + b_m$$

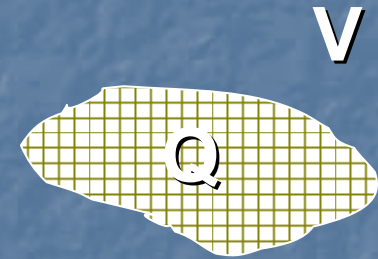


Κυλινδρικές
συντεταγμένες

3-D Προσέγγιση υπεδάφινων δομών - Μαγνητικό πεδίο

$P(x,y,z)$

$$B(P) = -C_m \nabla_p \int_V M(Q) \nabla_Q \frac{1}{r} dv$$



$$\Delta T = -C_m \hat{F} \nabla_p \int_V M(Q) \nabla_Q \frac{1}{r} dv$$

Αριθμητικές Μέθοδοι – ανάλογες με τις Βαρυτικές – που προσομοιώνουν το αποτέλεσμα, από δομές με κανονικά σχήματα

2-D Προσέγγιση υπεδάφινων δομών

$$B(P) = C_m \int_S \frac{M \cdot \hat{n}}{r^2} \hat{r} ds$$

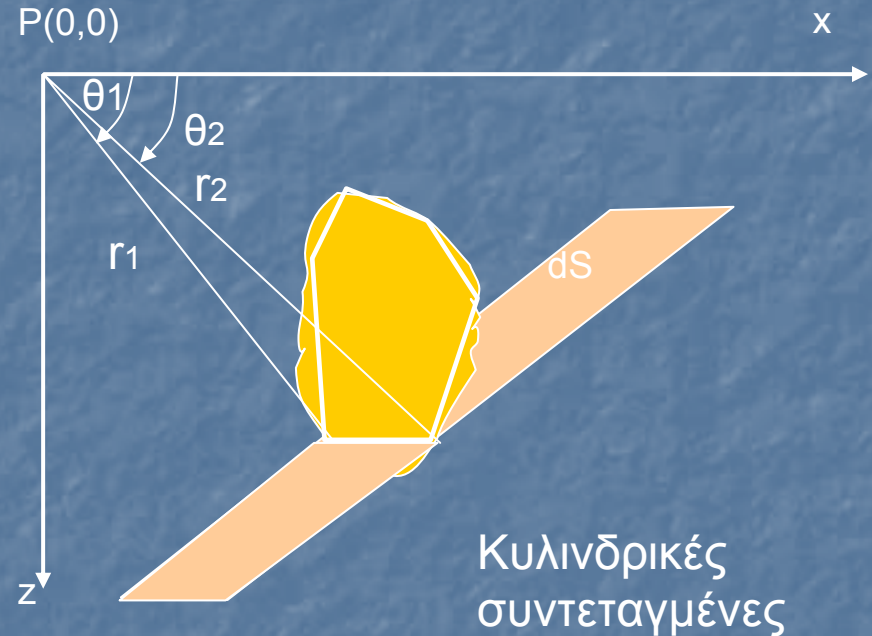
\hat{n} = μοναδιαίο διάνυσμα \perp S

\hat{r} = διάνυσμα θέσης

$$B_x = -2C_m (M \cdot \hat{n}) \left[\hat{s}_x \log \frac{r_2}{r_1} \hat{s}_x (\theta_1 - \theta_2) \right]$$

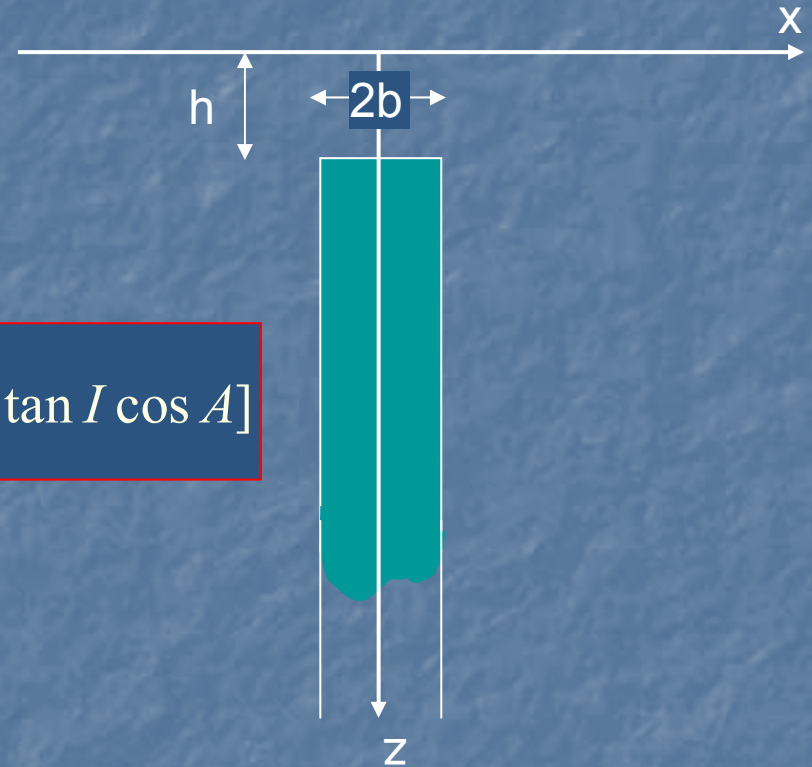
$$B_z = -2C_m (M \cdot \hat{n}) \left[\hat{s}_z \log \frac{r_2}{r_1} \hat{s}_z (\theta_1 - \theta_2) \right]$$

\hat{s} = μοναδιαίο διάνυσμα // στη dS, κατά μήκος της τομής της με το επίπεδο xz



2-D Προσέγγιση υπεδάφινων δομών

$$\Delta T = 4bM \frac{\cos^2 h}{x^2 + h^2} [h(\tan^2 I - \cos^2 A) - 2x \tan I \cos A]$$



I = Έγκλιση Μαγνητικού Πεδίου Γης

A = απόκλιση του χ από Μαγνητικό Βορρά

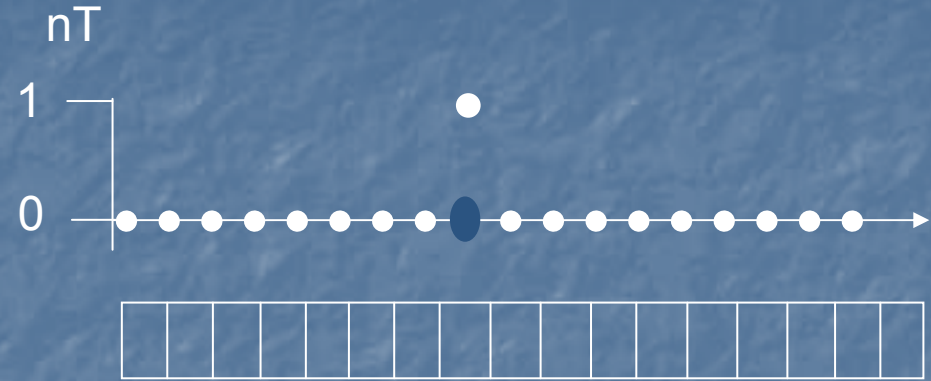
ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ



Πρόβλημα Αστάθειας της Λύσης

$$f(P) = \int_V s(Q) \Psi(P, Q) dv$$

$$f_i = \sum_{j=1}^N s_j \Psi_{ij}$$



Bott & Hutton 1970

$$\begin{bmatrix} \Delta T_1 \\ \Delta T_2 \\ \dots \\ \Delta T_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Psi_{11} & \Psi_{12} & \dots & \Psi_{1N} \\ \Psi_{21} & \Psi_{22} & \dots & \Psi_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Psi_{L1} & \Psi_{L2} & \dots & \Psi_{LN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \\ \dots \\ M_3 \end{bmatrix}$$

ΑΠΟΣΥΝΕΛΙΞΗ ΜΑΓΝΗΤΙΚΩΝ

ΑΝΩΜΑΛΙΩΝ

$$\Delta T(x) = 4bM \frac{\cos^2 h}{x^2 + h^2} [h(\tan^2 I - \cos^2 A) - 2x \tan I \cos A]$$

Max Πλάτος

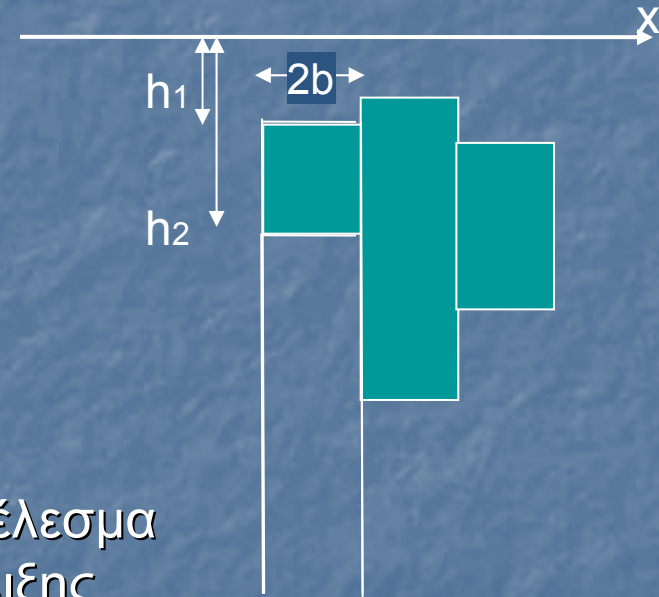
Μορφή

$$\Delta T(\chi) = DR(x)$$

$$\Delta T(\chi) = \Delta T_1 - \Delta T_2 = D(R_1(x) - R_2(x))$$

$$\Delta T(\chi_i) = \sum_{j=m}^n D_i R_{i-j}$$

Ολικό Μ.Π. => Αποτέλεσμα
συνέλιξης



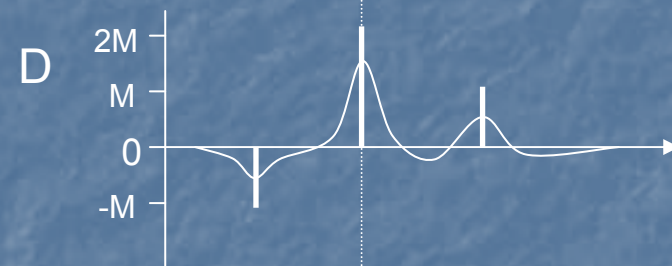
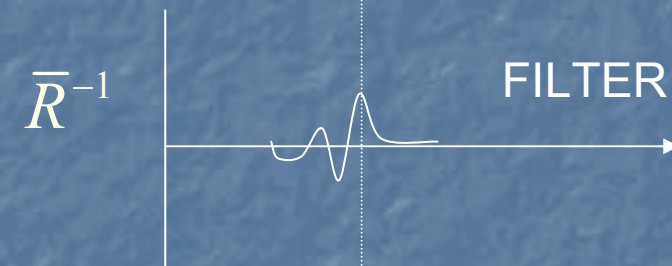
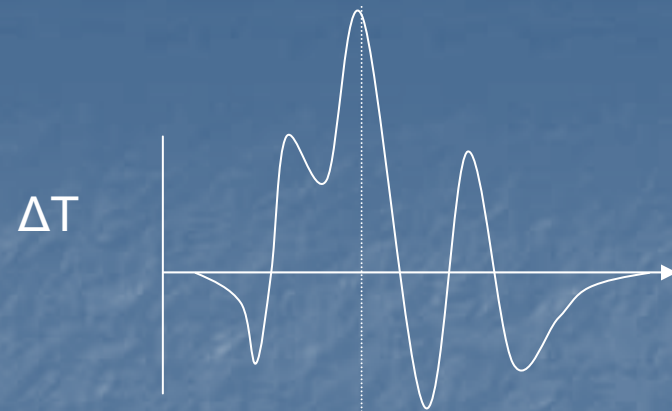
$$T = DR \Leftrightarrow$$

$$D = TR^{-1}$$

Ελαχιστοποίηση του

Τετραγώνου των σφαλμάτων

$$E = (\delta - R_x R_x^{-1})^2$$



ΠΡΟΥΠΟΘΕΣΕΙΣ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ

- Η Μαγνήτιση κατά σταθερή διεύθυνση (ή επαγωγικού τύπου)
- Δομή με άπειρο μήκος κατά τον άξονα y (ή πεπερασμένο αλλά σταθερό ως προς τον $y+$ και $y-$)
- Δομή που μπορεί να προσομοιωθεί ως σύνολο πρισμάτων
- Γνωστό το βάθος της δομής από την επιφάνεια

⇒ Εφαρμογή στην εξερεύνηση αρχαιολογικών χώρων

Μη Γραμμικό Αντίστροφο Πρόβλημα

- Μη γραμμική συσχέτιση (λογαριθμική, τόξου εφαπτομένης κτλ.) του παραγόμενου πεδίου με τις παραμέτρους της υπεδάφιας δομής

$$\bar{F}_i = \bar{F}(x_i, z_i, \mathbf{w})$$

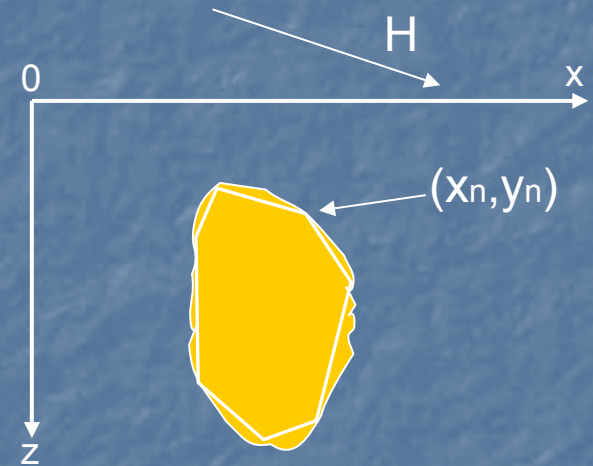
W = ΜΟΝΤΕΛΟ ΕΔΑΦΟΥΣ (Διάνυσμα που περιλαμβάνει τις παραμέτρους της πηγής του πεδίου)

Στόχος => Να βρεθεί **W** τέτοιο ώστε η ποσότητα:

$$E^2 = \sum_{i=1}^L [F_i - \bar{F}_i(\mathbf{w})]^2$$

Να γίνει ελάχιστη

- Επειδή F_i και **W** δε σχετίζονται γραμμικά, χρησιμοποιούμε τη μέθοδο των διαδοχικών προσεγγίσεων, μεταβάλλοντας κάθε φορά το **W** κατά μικρές ποσότητες



Προσέγγιση της μεταβολής της $\mathbf{F}(\mathbf{w})$, με Σειρά Taylor

$$\bar{F}(\mathbf{w}^{k+1}) = \bar{F}(\mathbf{w}^k) + \sum_{m=1}^{2N+Q} \frac{\partial \bar{F}(\mathbf{w}^k)}{\partial \mathbf{w}_m} \Delta \mathbf{w}_m^k$$

Αντικατάσταση στη σχέση

$$E^2 = \sum_{i=1}^L [F_i - \bar{F}_i(\mathbf{w})]^2 \quad \min(E^2) \rightarrow \frac{\partial(E^2)}{\partial \mathbf{w}_m} = 0$$

Δημιουργία γραμμικού συστήματος της μορφής:

$$\mathbf{a}_j = \sum_{m=1}^{2N+Q} G_{mj} \Delta \mathbf{w}_m^k \Leftrightarrow$$
$$\mathbf{a} = \mathbf{G} \cdot \Delta \mathbf{w} \Leftrightarrow \Delta \mathbf{w} = \mathbf{G}^{-1} \mathbf{a}$$

ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗΣ

1. Επιλογή Αρχικού μοντέλου \mathbf{w} . Τα στοιχεία του μπορούν να μεταβάλλονται όλα αυθαίρετα ή κάποια εντός συγκεκριμένου εύρους ή ακόμα και να είναι σταθερά (εισαγωγή περιορισμών)
2. Επίλυση του ΕΥΘΕΟΣ προβλήματος για να βρεθεί το «ΣΥΝΘΕΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ» F_i που δίνει το μοντέλο \mathbf{w} που υποθέσαμε. Επίσης υπολογίζονται οι παράγωγοι του ως προς τις παραμέτρους \mathbf{w}_m
3. Υπολογίζονται τα \mathbf{a}_j και \mathbf{G}_{mj} και \mathbf{G}_{mj}^{-1} , και υπολογίζεται η απαιτούμενη διόρθωση του μοντέλου $\Delta\mathbf{w}$
4. Διορθώνουμε το αρχικό μοντέλο ($\mathbf{w} = \mathbf{w}_0 + \Delta\mathbf{w}$) και επαναλαμβάνουμε το βρόχο θεωρώντας στο βήμα 1 ως αρχικό μοντέλο το διορθωμένο.

Η διαδικασία τερματίζεται όταν το E^2 γίνει μικρότερο της ακρίβειας που επιθυμούμε

Ευρεση Βάθους με εξίσωση Euler

$$\mathbf{r} \nabla f = -nf$$

εξίσωση Euler για συνάρτηση f (= ομογενής)

Στη θέση της $f \rightarrow \Delta T$ (ανωμαλία του πεδίου που προκαλεί η δομή)

$$\left[\begin{array}{ccc} \frac{\partial}{\partial x} \Delta T_i & \frac{\partial}{\partial y} \Delta T_i & \frac{\partial}{\partial z} \Delta T_i \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} x_i - x_0 \\ y_i - y_0 \\ z_i - z_0 \end{array} \right] = n \Delta T_i$$

- Για $n=1$ γραμμική μάζα
- $n=2$ σημειακή μάζα
- $n=3$ σημειακό δίπολο

“Αποσυνέλιξη” Werner

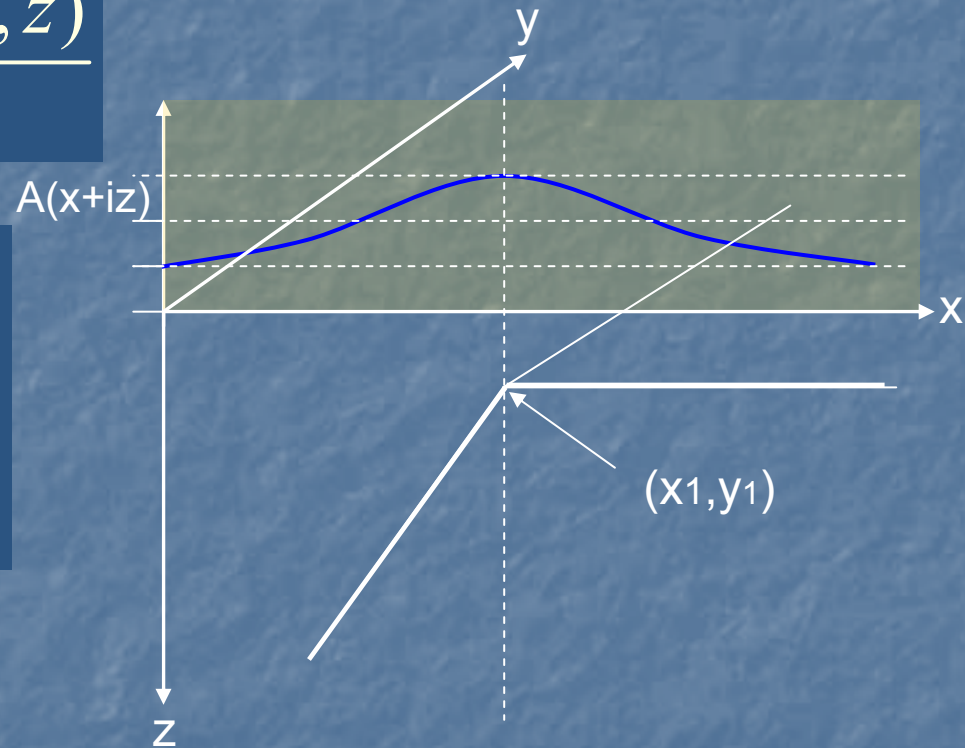
Αν $f(x,z)$ το πεδίο, το αναλυτικό σήμα του ορίζεται ως:

$$A(x, z) = \frac{\partial f(x, z)}{\partial z} + i \frac{\partial f(x, z)}{\partial x}$$

$$A(x) = \frac{a_1}{x - x_1 - iz_1} \Leftrightarrow$$

$$a_1 + (x_1 - iz_1)A(x) = xA(x)$$

a = μιγαδική σταθερά, εξαρτάται από τη διαφορά Δk , κατά μήκος της επαφής και τη Γωνία κλίσης. Δεν εξαρτάται από τη θέση της επαφής (x_1, y_1)



“Αποσυνέλιξη” Werner πολλαπλών πηγών (Multiple Source Werner Deconvolution)

